BAC BLANC ES 2018

Exercice 1

A 1) $f'(-\frac{1}{2}) = $ coef. dir. de $(T) = \frac{0,5 - 2}{1-(-0,5)} = \frac{-1,5}{1,5} = -1$

$f'(\frac{3}{2}) = $ coef dir de $(T') = $ coef. dir de (T) car $(T) \parallel (T')$

$= -1$

Affirmation $\boxed{\text{VRAIE}}$

2)

x	-2		-1		2		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
ce qui donnerait f		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

par lecture graphique de la courbe fournie

On ne retrouve pas les variations de f qui sont exactement contraires

Affirmation $\boxed{\text{FAUSSE}}$

3) $\boxed{\text{FAUSSE}}$ (T') sous $\mathcal{C}$ par exemple

4) $\boxed{\text{VRAIE}}$ La fonction change de concavité

B 1) a) U prend la valeur $\boxed{50}$

Pour N allant de 1 à 24

U prend la valeur $\boxed{U \times 0,9}$

b) $U_n = \boxed{50 \times 0,9^n}$

c) $u_{24} = 50 \times 0,9^{24} \approx \boxed{3,988}$

2) a) $\boxed{\text{l'algorithme 1 est juste}}$

après la 1ère boucle $(N=0)$ S contient $0 + 50 \times 0,9^0 = 50 = u_0$

après la 2ème ... $(N=1)$ S contient $50 + 50 \times 0,9^1 = u_0 + u_1$

après la 3e ... $(N=2)$ S contient $u_0 + u_1 + 50 \times 0,9^2 = u_0 + u_1 + u_2$

⋮

après la 25e ... $(N=24)$ S contient $u_0 + u_1 + \dots + u_{24} = S_{24}$

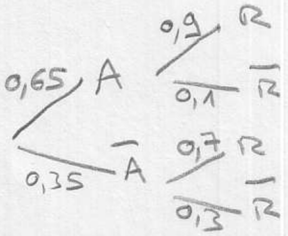
b) $S_{24} = u_0\left(\frac{1-q^{25}}{1-q}\right) = 50\left(\frac{1-0,9^{25}}{1-0,9}\right)$

$= 500(1-0,9^{25})$

$\approx \boxed{464}$

Exercice 2 (résultats arrondis à 0,001 près)

1



2 a) On demande $p(A\cap R) = p(A)\times p_A(R) = 0,65\times 0,9 = \boxed{0,585}$

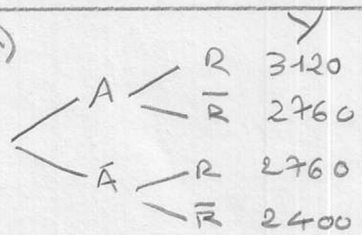
b) On demande $p[(A\cap \bar R)\cup(\bar A\cap R)] = p(A\cap \bar R) + p(\bar A\cap R) = 0,65\times 0,1 + 0,35\times 0,7 = \boxed{0,31}$

3 a) X suit la loi binomiale $\boxed{\mathcal{B}(20\,;0,31)}$

b) On demande $p(X=12) = \binom{20}{12}\times 0,31^{12}\times 0,69^{8} \approx \boxed{0,005}$

c) $p(X\geq 2) = 1 - \underbrace{p(X=0)}_{0,0006} - \underbrace{p(X=1)}_{0,0054} \approx \boxed{0,994}$

4 a)



loi de Y

y_i	3120	2760	2400
p_i	0,585	0,31	0,105

b) $E(Y) = \sum p_i y_i = \boxed{2932,80}$ qui correspond, en moyenne, au coût d'un trajet aller-retour.

Exercice 3

1) a) 20% en moins $\Rightarrow$ coefficient multiplicateur $= 1 - 20\% = \boxed{0,8}$

b) en 2018 $u_1 = 0,8 \times 200 + 30 = \boxed{190}$

2) a) $\forall n \in \mathbb{N}$ $v_{n+1} = u_{n+1} - 150$

$$= 0,8u_n + 30 - 150$$
$$= 0,8u_n - 120$$
$$= 0,8(v_n + 150) - 120$$
$$= 0,8v_n + 120 - 120$$
$$= 0,8v_n$$

donc (v_n) est géométrique de raison $\boxed{0,8}$ et de 1er terme $v_0 = u_0 - 150 = \boxed{50}$

b) On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$ $v_n = v_0 \times q^n = \boxed{50 \times 0,8^n}$

c) et $u_n = v_n + 150 = \boxed{50 \times 0,8^n + 150}$

d) On cherche la première valeur de n telle que $u_n < 160$

$u_n < 160 \Leftrightarrow 50 \times 0,8^n < 10 \Leftrightarrow 0,8^n < 0,2 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0,2}{\ln 0,8} \approx \boxed{7,2}$

Soit $\boxed{n = 8}$ la première valeur c'est à dire en $\boxed{2025}$

3) a) Sur les 2 premières années, les subventions s'élèvent à

$$20 \times u_0 + 20 \times u_1 = 20(u_0 + u_1) = 20(200 + 190) = \boxed{7800}\ €$$

b) On demande de calculer

$$20\,(u_0 + u_1 + \dots + u_8)$$
$$= 20\,(v_0 + v_1 + \dots + v_8 + \underbrace{150 + \dots + 150}_{9 \times 150})$$
$$= 20\,(50 + 50 \times 0,8 + \dots + 50 \times 0,8^8 + 1350)$$
$$= 20\left[50\,(1 + 0,8 + \dots + 0,8^8) + 1350\right]$$
$$= 20\left[50\left(\frac{1 - 0,8^9}{1 - 0,8}\right) + 1350\right]$$
$$\approx \boxed{31\,329}\ €$$

On peut aussi, calculer, à l'entier le plus proche, $u_0, u_1, \dots, u_8$

et faire $20\,(u_0 + \dots + u_8) = \boxed{31\,300}\ €$

Exercice 4 $\quad f(x) = 10 - \dfrac{e^{0,2x+1}}{x}$

A]

1) $\forall x \in [1;25] \quad f'(x) = -\left(\dfrac{0,2e^{0,2x+1} \times x - 1 \times e^{0,2x+1}}{x^2}\right)$

$$= \frac{e^{0,2x+1}(-0,2x+1)}{x^2}$$

$$= \frac{\exp(0,2x+1) \times (1-0,2x)}{x^2}$$

2) $f'(x)$ est du signe de $1-0,2x$ car $e^{0,2x+1} > 0$

x	1		5		25
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$5,68$	↗	$8,522$	↘	$-6,137$

$1-0,2x = 0 \Leftrightarrow x = 5$

$1-0,2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 5$

3) a) Sur $[1;5]$ f prend des valeurs strictement positives, donc l'équation $f(x)=0$ n'a pas de solution dans cet intervalle

b) sur $[5;25]$ f est strictement décroissante et continue, de plus 0 est compris entre $f(25)<0$ et $f(5)>0$, donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ n'a qu'une seule solution, notée α, dans $[5;25]$

c) Avec la calculatrice $21 < \alpha < 22$

$$21,9 < \alpha < 22$$

$$\boxed{21,95 < \alpha < 21,96}$$

d) On donne $f''(x) = \dfrac{e^{0,2x+1}(-x^2+10x-50)}{25x^3}$

qui est du signe de $-x^2+10x-50$ car $e^{0,2x+1}$ et x^3 sont strictement positifs sur $[1;25]$

$\Delta(\text{de } -x^2+10x-50) = 100-200 = -100 < 0$

donc $-x^2+10x-50 < 0$ (signe de a)

donc $\boxed{f'' \text{ strictement négative}}$ sur $[1;25]$

et f concave sur $[1;25]$

B] 1) D'après A] 2) f est maximale pour $x=5$ soit 50 tonnes d'aliments et ce bénéfice est 8522×1000 € soit $\boxed{8522 \text{ €}}$

2) L'entreprise réalise un bénéfice quand $f(x)>0$

soit $x \in [1, \alpha[$ d'après A] 3)

donc au maximum pour $x = 21,95$ soit $\approx \boxed{219}$ tonnes