

(10) Exercice 1:

Un artisan vend un article qui semble avoir un grand succès.

En 2010, le prix unitaire est de 8 € et il vend 500 articles.

On s'intéresse aux 10 années : de 2010 à 2019.

Les suites (r_n) (p_n) et (q_n) représentent respectivement la recette en euros, le prix unitaire de l'article et la quantité vendue l'année 2010+n (2011 correspond à n=1)

Ainsi $r_0 = p_0 \times q_0 = 4000$ €

1) Premier cas :

Il compte augmenter le prix unitaire de 20% chaque an et il s'attend à une diminution de 17% des ventes chaque an.

a) Démontrer que les 2 suites (p_n) et (q_n) sont géométriques et en donner leur raison.

b) En déduire leur expression en fonction de n ainsi que leur sens de variations et leur limite.

c) Il pense que la recette annuelle continuera à augmenter, a-t-il raison ? Justifier.

d) Calculer le total des recettes sur ces 10 années à 10 euros près.

2) Deuxième cas :

En augmentant toujours de 20% l'an le prix unitaire, quelle devrait être la diminution annuelle des ventes pour que la recette annuelle soit constante (de 4000€) ?

Exprimer cette diminution à 0,1% près.

BONUS
+2

Exercice 2

(10)

Le 1^{er} janvier 2005, une grande entreprise compte 1 500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10 % de l'effectif du 1^{er} janvier partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.

Pour tout entier naturel n , on appelle u_n le nombre d'employés de l'entreprise le 1^{er} janvier de l'année (2005 + n).

1. a. Calculer u_0 , u_1 et u_2 .

La suite u de terme général u_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.

b. Expliquer ensuite pourquoi on a, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$.

2. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - 1000$.

a. Démontrer que la suite v de terme général v_n est géométrique. Préciser sa raison.

b. Exprimer v_n en fonction de n .

En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 500 \times 0,9^n + 1000$.

c. Déterminer la limite de la suite u .

3. Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0,9^n$.

En déduire le sens de variation de la suite u .

4. Au 1^{er} janvier 2005, l'entreprise compte un sur-effectif de 300 employés. À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise ne sera-t-elle plus en sur-effectif ?