

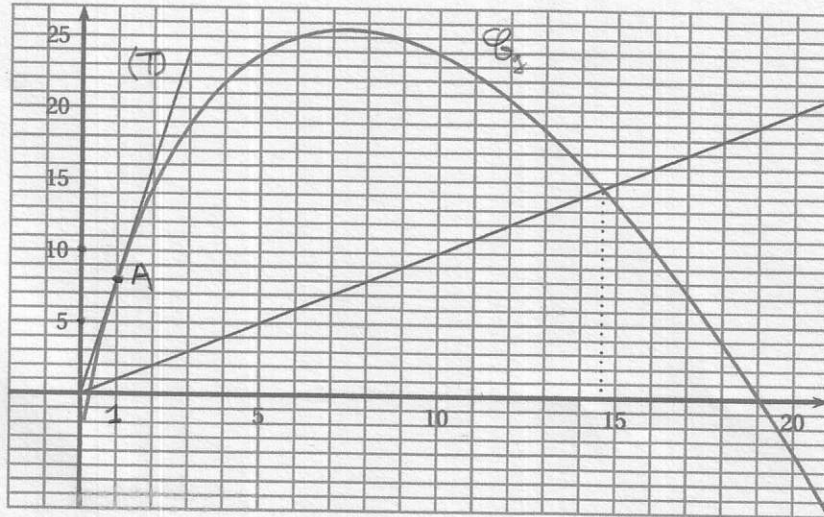
Fevrier 2018

Exercice 1

On considère la courbe ci-dessous représentative d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $I =]0; 21]$.

(T) est la tangente en A de coordonnées (1; 8) à \mathcal{C}_g

(T) passe par l'origine



La droite tracée sur le graphique est tangente à la courbe au point d'abscisse 1 et passe par l'origine. On prendra 7,4 comme valeur approchée du réel de l'intervalle I pour lequel g atteint son maximum.

1. On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle I.
Utiliser le graphique pour donner les valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$. (Aucune justification n'est demandée).
2. Résoudre graphiquement dans l'intervalle I les trois inéquations ci-dessous (les valeurs lues sur le graphique seront données à 0,5 près). Aucune justification n'est demandée, mais pour l'inéquation (3) les éléments graphiques utiles seront portés sur la courbe :
 - (1) : $g(x) \geq 0$
 - (2) : $g'(x) \geq 0$
 - (3) : $g(x) < x$.
3. On admet que pour tout x de l'intervalle I, $g(x) = -4 + ax(3 - b \cdot \ln x)$ où a et b sont deux nombres réels. On veut calculer a et b .
 - a. Montrer que pour tout x élément de l'intervalle I : $g'(x) = a[3 - b(1 + \ln x)]$.
Exposer le détail des calculs.
 - b. à l'aide des valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$ obtenues à la question 1, calculer a et b .

plus difficile
→ Bonus +1

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2(1 + \ln x)}{x}$$

1. a. Résoudre dans I l'équation $f(x) = 0$; (Calculer la valeur exacte de la solution, puis en donner une valeur arrondie à 10^{-3}).
- b. Résoudre dans I l'inéquation $f(x) > 0$.
2. On donne ci-dessous le tableau de variations de f sur l'intervalle I .

Justifier tous les éléments contenus dans ce tableau (variations, limites, valeurs numériques).

Pour la question 2), il faudra justifier que $f'(x)$ est du signe de $-\ln(x)$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

3. Dans une entreprise, on a modélisé par la fonction f sur l'intervalle $[0, 2; +\infty[$ le « bénéfice » mensuel (éventuellement négatif) réalisé en vendant x milliers d'objets fabriqués. Ce bénéfice est exprimé en milliers d'euros. En utilisant les résultats des questions précédentes, répondre aux questions suivantes :
 - a. Quel nombre minimal d'objets l'entreprise doit-elle vendre mensuellement pour que le bénéfice soit positif?
 - b. Combien faut-il vendre d'objets pour réaliser le bénéfice maximal? Quel est le montant de ce bénéfice maximal?