

Exercice 1

$$\begin{cases} f(0) = -5 & f(1) = 0 \\ f'(0) = 6 & f'(1) = 0 \end{cases}$$

2) E est un point d'inflexion car la tangente en ce point traverse la courbe

Exercice 2

$$\begin{aligned} 1) \quad & \left[\begin{array}{l} f(x) = \frac{x^2}{3} \geq 0 \\ g(x) = \frac{-10}{x+1} \leq 0 \end{array} \right] \quad \begin{array}{c|c|c|c} x & 1 & 9 \\ \hline f(x) & + & & \\ \hline g(x) & & & \nearrow 8,1 \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c|c} x & 1 & 9 \\ \hline g(x) & - & & \\ \hline h(x) & & & \nearrow 1 \end{array} \end{aligned}$$

g représente la demande et f l'offre

$$2) \quad f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{x^2}{3} = \frac{-10}{x+1} \Leftrightarrow x^2(x+1) = 100 \Leftrightarrow \underbrace{x^3+x^2-100}_h(x) = 0$$

$$h'(x) = 3x^2 + 2x = x(3x+2)$$

$h'(x)$ est du 2^e degré et a pour racines 0 et $-\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{c|ccc} x & \cdots & -\frac{2}{3} & 0 \\ \hline h'(x) & \text{signe de } a & - & + \\ & + & - & + \\ \hline a & & \nearrow & \searrow \end{array}$$

$$\text{donc sur } [1; 9] \quad \begin{array}{c|cc|c} x & 1 & x_0 & 9 \\ \hline h(x) & -98 & & 710 \end{array}$$

h est continue et strictement croissante sur $[1; 9]$ et 0 est compris entre $h(1) = -98$ et $h(9) = 710$, donc l'équation $h(x) = 0$ n'a qu'une seule solution dans $[1; 9]$: c'est x_0 .

Avec la calculatrice on a $4 < x_0 < 5$
jus $4,3 < x_0 < 4,4$

Exercice 3

$$1) \quad \boxed{f'(x) = x^2 - 4x + 3} \quad \text{qui est du 2^e degré et qui a pour racines 1 et 3}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 3 & 5 \\ \hline f''(x) & + & - & + & \\ \hline f'(x) & 2 & 3 & 3 & 2 & 7 \end{array} \quad (\text{signe du 2^e degré})$$

$$\boxed{f''(x) = 2x - 4}$$

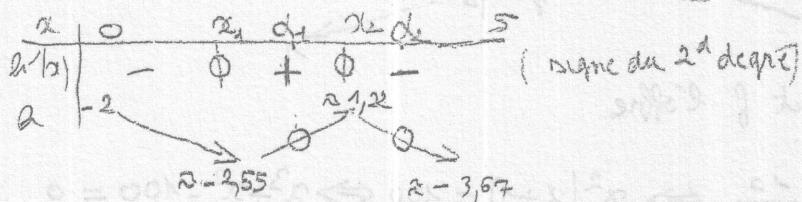
$$\begin{array}{c|cc|c} x & 0 & 2 & 5 \\ \hline f''(x) & - & + & \\ \hline f'(x) & & \nearrow & \\ \hline f & \text{concave} & \text{convexe} & \end{array}$$

Le point de f d'abscisse 2 est donc un point d'inflexion (d'abscisse $f(2) \approx 2,7$)

- 2) On prend les abscisses des points de D situés au dessus de l'axe des abscisses.
On trouve approximativement l'intervalle $[2,4; 4,2]$

$$3) h'(x) = -x^2 + 4x - 2$$

$$\Delta = 8 \text{ donc } h'(x) \text{ a 2 racines} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{-4 + \sqrt{8}}{-2} = 2 - \sqrt{2} \approx 0,59 = x_1 \\ \frac{-4 - \sqrt{8}}{-2} = 2 + \sqrt{2} \approx 3,41 = x_2 \end{array} \right.$$



Sur $[0; x_1]$ $h'(x) = 0$ n'a pas de solution car la valeur maximale de h est -2 .

Sur $[x_1; x_2]$ h est continue et strictement croissante et 0 est compris entre $h(x_1) \approx -2,55$ et $h(x_2) \approx 1,22$, donc l'équation $h(x) = 0$ n'a qu'une seule solution d_1 dans $[x_1; x_2]$

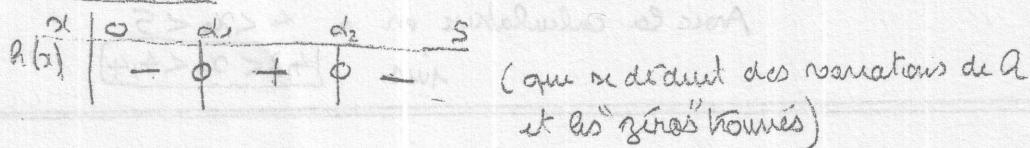
Sur $[x_2; 5]$ même chose

Avec la calculatrice on trouve

$$2,1 < d_1 < 3 \quad 4 < d_2 < 5$$

$$2,3 < d_1 < 2,4 \quad 4,1 < d_2 < 4,3$$

Signe de R



$$x \geq f(x) \Leftrightarrow x - f(x) \geq 0 \Leftrightarrow R(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [d_1; d_2]$$

On retrouve bien l'intervalle de la question 2)

- 4) Le bénéfice réalisé est justement $\frac{x_2 - f(x)}{\text{recette unitaire}} = R(x)$ en euros

On détermine le tableau de variations de R

obtenu à la question 3), R est maximal

pour $x = \boxed{x_2} \approx 3,41$ et vaut alors à peu près $\boxed{1,22}$

(pour 341 articles produits et achetés le bénéfice sera maximal et vaudra 122 euros)