Contrôle 2 — Octobre 2016 — TleS

Exercice 1

1) Soit g la fonction définie sur R par g(x) = $x^3 + 3x - 2$
   Etudier les variations de g sur R et en déduire que l'équation g(x) = 0 a exactement une solution dans R qui sera notée α.
   Encadrer α à 0,01 près.
   Donner le signe de g sur R.

2) Soit f la fonction définie sur]-1,+∞[par f(x) = $\frac{x^2+1}{x^3+1}$
   a) Calculer f'(x) et exprimer f'(x) en fonction de g (x).
   b) Déterminer les limites aux bornes ouvertes du domaine de définition et dresser le tableau de variations complet de f sur]-1,+∞[.
   (une valeur approchée de f(α) suffira)
   c) Donner les éventuelles asymptotes.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{\frac{4x^2}{x^2+x+1}}$ sur]-∞,+∞[

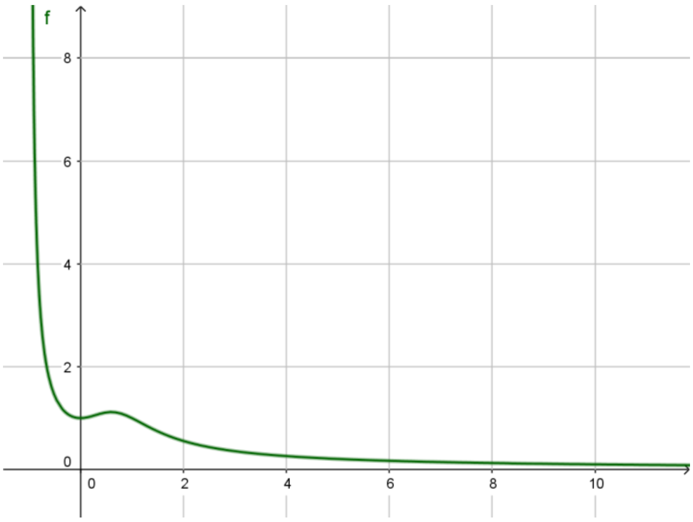
1) Expliquer pourquoi f est dérivable sur $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ et en donner sa dérivée.
2) Dresser le tableau de variations complet de f sur]-∞,+∞[et donner les éventuelles asymptotes.
3) On admet que $\frac{f(h)}{h} = 2\frac{|h|}{h\sqrt{h^2+h+1}}$
   Etudier la dérivabilité de f en 0 ?

Exercice 3

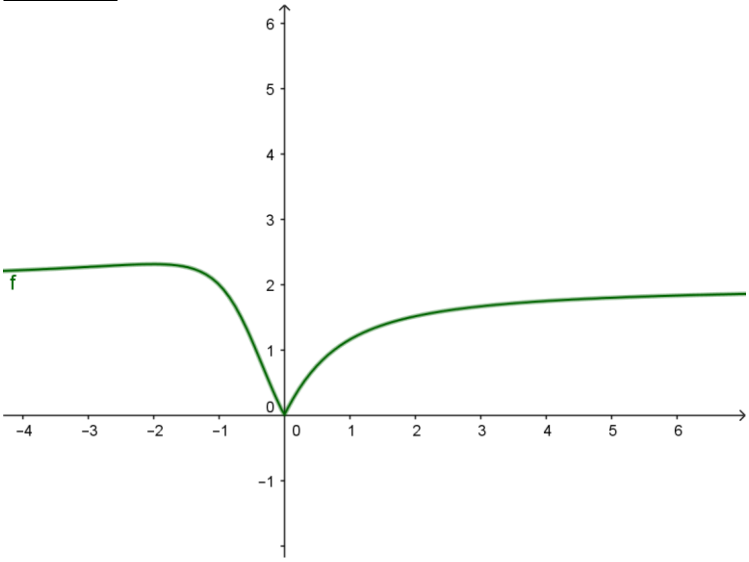
Soit f la fonction définie par $f(x) = x - \sin(2x)$ sur]-∞,+∞[

1) Déterminer le signe de $1 - 2\cos(X) \quad pour\ X \in [-\pi, \pi]$
2) En déduire le signe de $1 - 2\cos(2x) \quad pour\ x \in [-\pi/2, \pi/2]$
3) Calculer f' et dresser le tableau de variations complet de f sur $\in [-\pi/2, \pi/2]$
   (seules des valeurs approchées au bout des flèches sont demandées)
4) Question de recherche :
   Démontrer que l'équation $f(x) = 0,5$ n'a qu'une seule solution dans $[-\pi/2, \pi/2]$ et qu'elle n'en a pas ailleurs.

Annexe 1



Annexe 2



Annexe 3