# Contrôle 4 de décembre 2016 en terminale S

On rappelle qu'une équation de la tangente en $a$ est $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

**Exercice 1** avec l'annexe1

On note $f$ la fonction définie sur ]-1 ; +∞[ par $f(x) = x - 2 - \ln(1 + x^3)$

1) Soit $g$ la fonction définie sur IR par $g(x) = x^3 - 3x^2 + 1$
   Dresser le tableau de variations complet de $g$ sur IR et en déduire son signe.
   Les racines de $g$ seront à encadrer à 0,1 près.
2) Calculer $f'(x)$ et démontrer que $f'$ est du signe de $g$ sur ]-1 ; +∞[ .
3) Démontrer que $\ln(1 + x^3) = 3\ln(x) + \ln(1 + \frac{1}{x^3})$ pour $x > 0$
4) Déterminer les limites de $f$ en -1 et en +∞
5) Dresser le tableau de variations complet de $f$ sur ]-1 ; +∞[ (les ordonnées des extrémums seront arrondies à 0,1 près)
6) Démontrer qu'il n'y a qu'un seul point de Cf, courbe représentative de $f$, dont la tangente, notée T, est parallèle à la droite d'équation $y = x$.
7) Etudier la position relative de Cf avec T
8) Tracer T et les éventuelles asymptotes.

**Exercice 2** avec l'annexe2

On appelle $f$ la fonction définie sur l'intervalle I $= ]-2\,;+\infty[$ par

$$f(x) = 1 + x\ln(x+2).$$

On note $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de $f$ dans le repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
(unité graphique 4 cm).

**I. Étude de la fonction $f$**

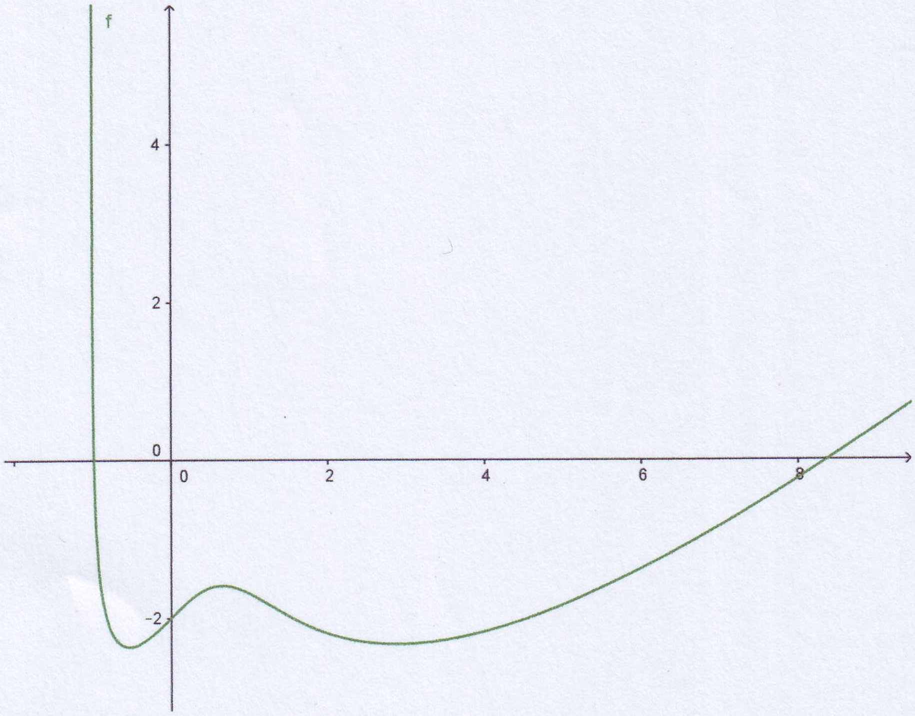
1. Étude des variations de la dérivée $f'$.
   - **a.** $f'$ désigne la fonction dérivée première de $f$ et $f''$ la fonction dérivée seconde. Calculer $f'(x)$ puis $f''(x)$ pour $x$ appartenant à l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.
   - **b.** Étudier les variations de $f'$ sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.
   - **c.** Déterminer les limites de $f'$ en $-2$ et en $+\infty$.
2. Étude du signe de $f'(x)$.
   - **a.** Montrer que sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$ l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ appartenant à l'intervalle $[-0,6\,;-0,5]$.
   - **b.** En déduire le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de $x$.
3. Étude des variations de $f$
   - **a.** Étudier les variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.
   - **b.** Déterminer les limites de $f$ en $-2$ et en $+\infty$.
   - **c.** Dresser le tableau de variation de $f$.

**II. Tracés dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$**

1. Déterminer une équation de la droite $T_0$, tangente $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse 0 ; tracer $T_0$.
2. Trouver les réels $x_0$ pour lesquels les tangentes $T_{x_0}$ passent par l'origine du repère puis tracer ces droites.

**Nom :**

**Annexe 1**




**Annexe 2**