<u>Contrôle 4 de décembre 2017</u> <u>Terminale S</u>

<u>Exercice 1</u>

La courbe représentative de f, notée C_f, est donnée en annexe 1.

On admet que $\lim_{x\to+\infty}(\frac{e^x}{x^2}) = +\infty$

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x + e^x$
   En étudiant les variations de g sur $\mathbb{R}$, démontrer que l'équation $g(x) = 0$ n'a qu'une seule solution, notée $\propto$, sur $\mathbb{R}$.
   Encadrer $\propto$ à 0,01 près.
   En déduire les signes de g sur $\mathbb{R}$.

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 + e^x)$
   a) Expliquer pourquoi f est définie sur $\mathbb{R}$.
   b) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
   c) Dresser le tableau de variations complet de f sur $\mathbb{R}$.
   d) Démontrer que $f(x) - x = \ln(1 + \frac{x^2}{e^x})$
      En déduire que la droite d'équation $y = x$ est asymptote à C_f en $+\infty$.

3) Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ et \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$
   a) Représenter graphiquement les premiers termes de la suite (u_n) sans les calculer et conjecturer le sens de variations de (u_n).
   b) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N},\ 0 \leq u_n \leq u_{n+1}$

<u>Exercice 2</u>

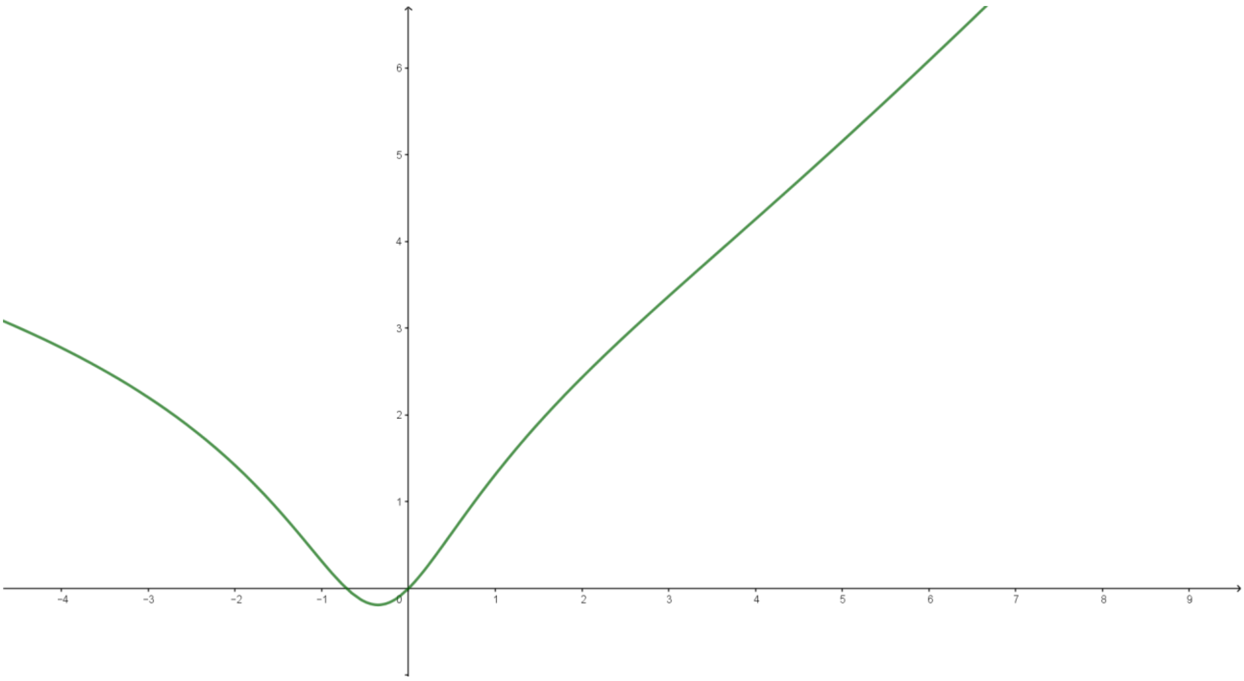
Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+\ln(x)}{x-\ln(x)}$

La courbe représentative de f est donnée en annexe 2.

1) Question de recherche : Démontrer que $\forall x > 0,\ x - \ln(x) > 0$.
2) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
   (Vous pourrez mettre $x\ et\ \ln(x)$ en facteur)
3) Dresser le tableau de variations complet de f sur $]0, +\infty[$
4) Tracer les éventuelles asymptotes et tangentes horizontales sur l'annexe 2.

NOM :

Annexe 1



Annexe 2