

## Premiers exercices d'arithmétique

Ex1) Trouver le couple  $(q,r)$  dans la division euclidienne de  $a$  par  $b$   
 $(a,b)=(125,7)$  ;  $(a,b)=(125,-7)$  ;  $(a,b)=(-125,7)$  ;  $(a,b)=(-125,-7)$

Ex2) Démontrer que 2 entiers consécutifs n'ont que 1 comme diviseur positif commun

Ex3) Démontrer que, pour tout entier  $n$ ,  $(n-11)(n-22)(n-33)(n-44)(n-55)$  est divisible par 5

Ex4) Déterminer le reste de la division euclidienne de  $n^2$  par 4 selon les valeurs de l'entier  $n$ .

Ex5) Démontrer qu'un entier  $n$  et la somme des chiffres utilisés dans son écriture décimale ont le même reste dans la division euclidienne par 3.  
En déduire un critère de divisibilité par 3

Ex6) Calculer  $R$  le reste de la division euclidienne de 1580275115025 par 97 et calculer  $97-R$

Ex7) Démontrer que, pour tout entier  $n$ ,  $n(8n+1)(13n+1)$  est divisible par 6

Ex8) Déterminer le reste de la division euclidienne par 7 de  $n^3+n-2$  selon les valeurs de l'entier  $n$

Ex9) Démontrer que, pour tout entier  $n$  naturel,  $7^{2n} - 23^n$  est divisible par 13

Ex10) Justifier que  $2^4 \equiv 1 \pmod{5}$

En raisonnant sur le reste de la division euclidienne de  $n$  par 4, où  $n$  est un entier naturel, déterminer le reste de la division euclidienne de  $2^n$  par 5