

Exercice 1

La production des perles de culture de Tahiti est une activité économique importante pour la Polynésie Française.

Les montants réalisés à l'exportation des produits perliers de 2008 à 2011 sont donnés dans le tableau suivant, en milliers d'euros :

| Années | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
|--|--------|--------|--------|--------|
| Valeurs brutes des produits perliers (en milliers d'euros) | 81 295 | 66 052 | 64 690 | 63 182 |

Source : ISPF (Institut de Statistiques de Polynésie Française)

1. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen des montants à l'exportation des produits perliers de Polynésie entre 2008 et 2011 est $-8,06\%$ arrondi au centième.

On admet pour la suite de l'exercice, que la production continuera à baisser de 8% par an à partir de 2011.

2. On considère l'algorithme suivant :

| | |
|---------------------|---|
| Entrée | Saisir un nombre positif P |
| Traitement : | Affecter la valeur 0 à la variable N {initialisation} |
| | Affecter la valeur 63 182 à U {initialisation} |
| | Tant que U > P |
| | Affecter la valeur N + 1 à N |
| | Affecter la valeur $0,92 \times U$ à U |
| | Fin de Tant que |
| | Affecter la valeur N + 2011 à N |
| Sortie | Afficher N |

Si on saisit $P = 50\,000$ en entrée, qu'obtient-on en sortie par cet algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de la production de perles.

3. Pour prévoir les montants réalisés à l'exportation des perles de Tahiti, on modélise la situation par une suite (u_n) . On note u_0 le montant en 2011, en milliers d'euros, et u_n le montant en $2011 + n$, en milliers d'euros. On a donc $u_0 = 63\,182$ et on suppose que la valeur baisse tous les ans de 8% .
 - a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - b. Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .
 - c. Avec ce modèle, quel montant peut-on prévoir pour l'exportation des produits perliers de Polynésie Française en 2016 ? On arrondira le résultat au millier d'euros.
4. Calculer le montant cumulé des produits perliers exportés que l'on peut prévoir avec ce modèle à partir de 2011 (comprise) jusqu'à 2020 (comprise). On donnera une valeur approchée au millier d'euros.

Exercice 2

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.

Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1. On considère l'algorithme suivant :

| | |
|---------------------|---|
| Variables : | n est un nombre entier naturel C est un nombre réel |
| Traitement : | Affecter à C la valeur 300 Affecter à n la valeur 0 Tant que $C < 400$ faire C prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$ n prend la valeur $n + 1$ Fin Tant que |
| Sortie : | Afficher n |

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

| | | | | |
|-------------------------------------|-----|------|--|-----|
| Test $C < 400$ | | vrai | | ... |
| Valeur de C | 300 | 326 | | ... |
| Valeur de n | 0 | 1 | | ... |

b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

2. On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite (C_n) le terme C_n donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année 2014 + n . Ainsi $C_0 = 300$ est le nombre de colonies en 2014.

a. Exprimer pour tout entier n le terme C_{n+1} en fonction de C_n .

b. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier n par $V_n = 625 - C_n$.
Montrer que pour tout nombre entier n on a $V_{n+1} = 0,92 \times V_n$.

c. En déduire que pour tout entier naturel n , on a $C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$.

d. Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?

3. L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.

a. Comment modifier l'algorithme pour répondre à sa question ?

b. Donner une réponse à cette question de l'apiculteur.