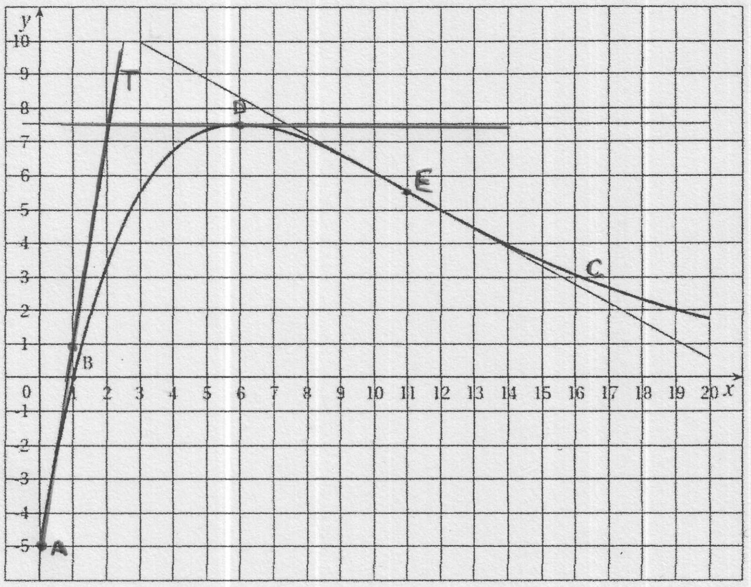
Contrôle 2 Octobre TleES

Exercice 1 :

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 20]$. On a tracé les tangentes à la courbe C aux points A, D et E d'abscisses respectives 0 ; 6 et 11.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

(T) tangente à $\mathcal{C}$ en A

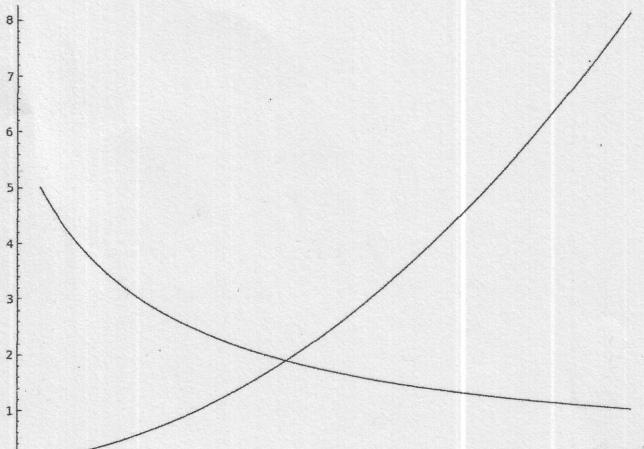


Par lecture graphique (aucune justification n'est demandée) :

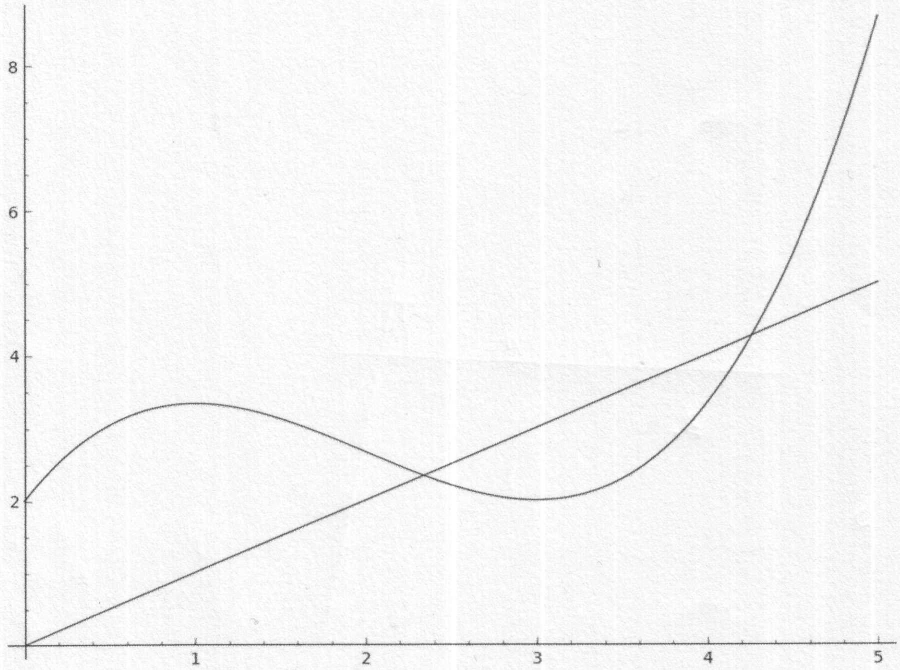
1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $\cancel{f(1)}$, $f'(0)$ et $f'(6)$.
2. Indiquer si la courbe C admet un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.

$\boxed{\text{Exercice 2 : SUPPRIMÉ}}$

Soient f et g deux fonctions définies sur [1 ; 9] par
$f(x)=\frac{x^2}{10}$ et $g(x)=\frac{10}{x+1}$
L'une représente la demande des consommateurs et l'autre l'offre des producteurs.
x représente le prix unitaire en euros.
1)Dresser le tableau de variations de f et de g sur [1 ;9]
et dire quelle est la fonction demande.
2)Le prix d'équilibre est la valeur de x , notée x_0 , solution de l'équation f(x) = g(x)
En donner une approximation à l'aide du graphique.
Démontrer que l'on a $f(x) = g(x) \Leftrightarrow h(x) = 0$ où $h(x) = x^3 + x^2 - 100$
Donner le sens de variations de h sur IR et dresser son tableau de variations sur [1 ;9]
Démontrer alors que l'équation h(x) = 0 n'a qu'une seule solution dans [1 ;9] .
Donner un encadrement à 0,1 près de x_0 .



Exercice 3 :



Soit f la fonction définie sur [0 ; 5] par

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2$

et soit D la droite d'équation $y = x$.

La droite D et la courbe C_f sont tracées ci-dessus.

1)Dresser le tableau de variations de f sur [0 ; 5].

Déterminer la convexité et la concavité de f et donner les coordonnées du point d'inflexion.

2) A l'aide du graphique dire sur quel intervalle a-t-on $x \geq f(x)$

3) On note $h(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ (On admet que $h(x) = x - f(x)$)

Dresser le tableau de variations de h sur [0 ; 5] . (les racines de h' seront données à 0,01 près)

En déduire le nombre de solutions de l'équation $h(x) = 0$ et donner les solutions à 0,1 près ;

Donner le tableau de signe de h sur [0 ; 5] et comparer avec la réponse de la question 2)

4) Question de recherche :

On suppose que f(x) représente un coût de production en centaine d'euros pour x centaines d'articles produits et que le prix de vente d'un article est de 1 euro.

Pour quelle valeur de x le bénéfice sera-t-il maximal ?

SUPPRIMÉE