

Exercice 1

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.

Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications.

On admet que ces proportions restent stables.

Partie A

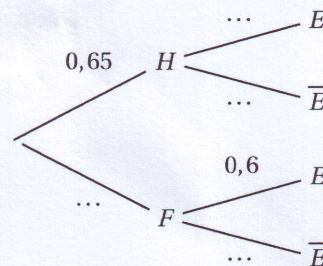
On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

On note H l'évènement « la personne choisie est un homme », F l'évènement « la personne choisie est une femme », E l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » et \bar{E} l'évènement contraire de E .

Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité proposé ci-dessous :



2. a. Traduire par une phrase l'évènement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.
 b. Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.
 c. Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme? *On donnera le résultat arrondi au centième.*

Partie B

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.

Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.

On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.

On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
 2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. *(On arrondira le résultat au centième).*
 3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 5]$ par

$$f(x) = x + 1 + e^{-x+0,5}.$$

On a représenté en annexe, dans un plan muni d'un repère orthonormé :

- la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f ;
- la droite Δ d'équation $y = 1,5x$.

1.
 - a. Vérifier que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 5]$, on a $f'(x) = 1 - e^{-x+0,5}$ où f' désigne la fonction dérivée de f .
 - b. Résoudre dans l'intervalle $[0; 5]$ l'équation $f'(x) = 0$.
 - c. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 5]$.
 - d. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.
2. On note α l'abscisse du point d'intersection de \mathcal{C} et Δ .
 - a. Donner, par lecture graphique, un encadrement de α à 0,5 près.
 - b. Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[0; 5]$ l'inéquation $f(x) < 1,5x$.

