Exercice 1 (voir annexe pour les autres questions)

2] $f'(x) = \dfrac{1(x^2+1) - 2x(x+2)}{(x^2+1)^2} = \dfrac{-x^2-4x+1}{(x^2+1)^2}$ qui est du signe de $-x^2-4x+1$

3] Signe de $-x^2-4x+1$: $\Delta = 20 \Rightarrow 2$ racines $x_1 = \dfrac{4+\sqrt{20}}{-2}$; $x_2 = \dfrac{4-\sqrt{20}}{-2}$

$x_1 = -2-\sqrt{5} \approx -4{,}24$ $\quad x_2 = -2+\sqrt{5} \approx 0{,}24$

x	-6		x_1		x_2		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$-0{,}1$	↘	$-0{,}12$	↗	$2{,}2$	↘	$0{,}2$

Exercice 2 (voir annexe pour les autres questions)

1] et 2] $f'(x) = \dfrac{5(x+1) - 1\times(5x)}{(x+1)^2} = \dfrac{5}{(x+1)^2} = \dfrac{5}{x^2+2x+1} \Rightarrow f$ croissante car $f'(x) > 0$ sur $[0;4]$

$f''(x) = \dfrac{0\times(x^2+2x+1) - (2x+2)\times 5}{(x^2+2x+1)^2} = \dfrac{-10(x+1)}{(x+1)^4} = \underbrace{\dfrac{-10}{(x+1)^3}}_{<0 \text{ pour } x\geq 0} \Rightarrow f$ concave sur $[0;4]$

Exercice 3

1) $f'(x) = -3x^2 - 6x = -3x(x+2)$

x	-3	α_1		-2	α_2		0	α_3		1
$f'(x)$		$-$		0	$+$		0	$-$		
f	3	↘ 0		-1	↗ 0		3	↘ 0		-1

En utilisant le théorème des valeurs intermédiaires sur chacun des intervalles $[-3;-2]$, $[-2;0]$ et $[0;1]$ avec 0 comme valeur intermédiaire, on en déduit que l'équation $f(x) = 0$ a exactement 3 solutions notées $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ dans $[-3, 1]$

Le signe de $f(x)$ s'en déduit aisément

x	-3		α_1		α_2		α_3		1
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

2) $f''(x) = -6x - 6$

x	-3		-1		1
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe		concave	

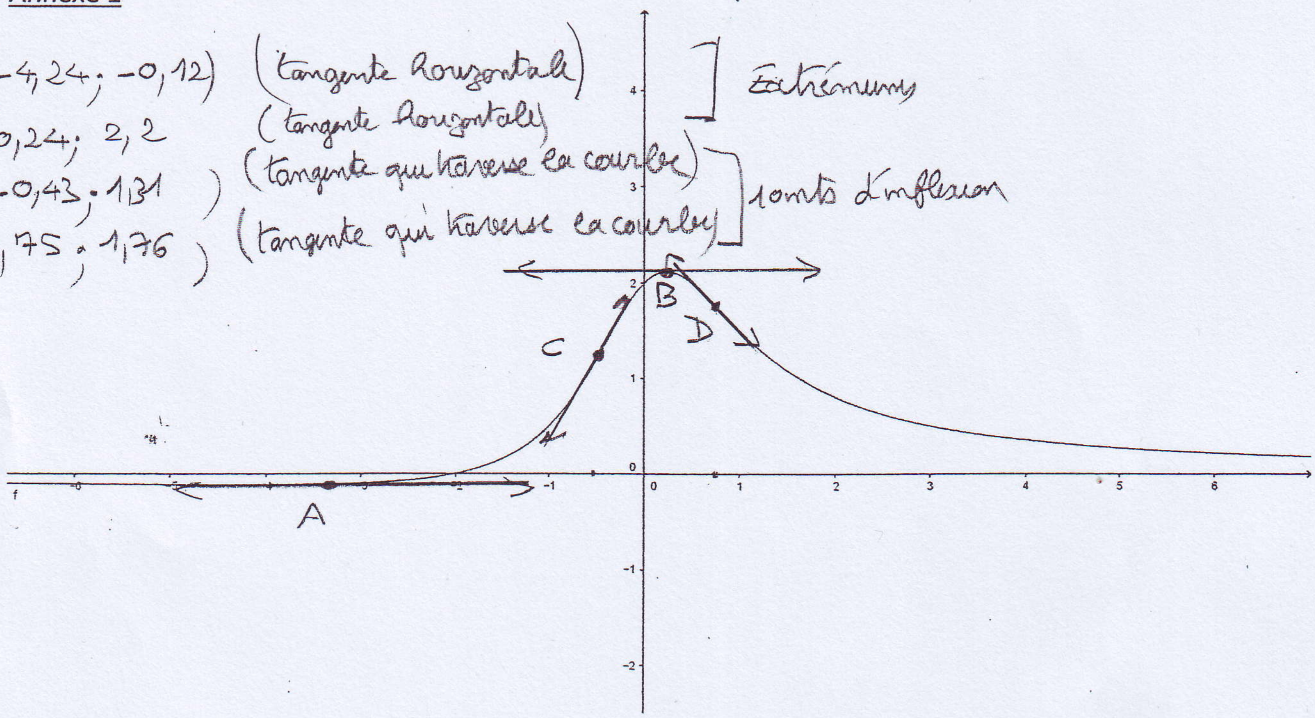
Il y a un point d'inflexion de coordonnées $(-1 ; \underbrace{f(-1)}_{1})$

Annexe 1

A$(-4{,}24 ; -0{,}12)$ (tangente horizontale)
B$(0{,}24 ; 2{,}2$ (tangente horizontale)
C$(-0{,}43 ; 1{,}31)$ (tangente qui traverse la courbe)
D$(0{,}75 ; 1{,}76)$ (tangente qui traverse la courbe)

Extrémums

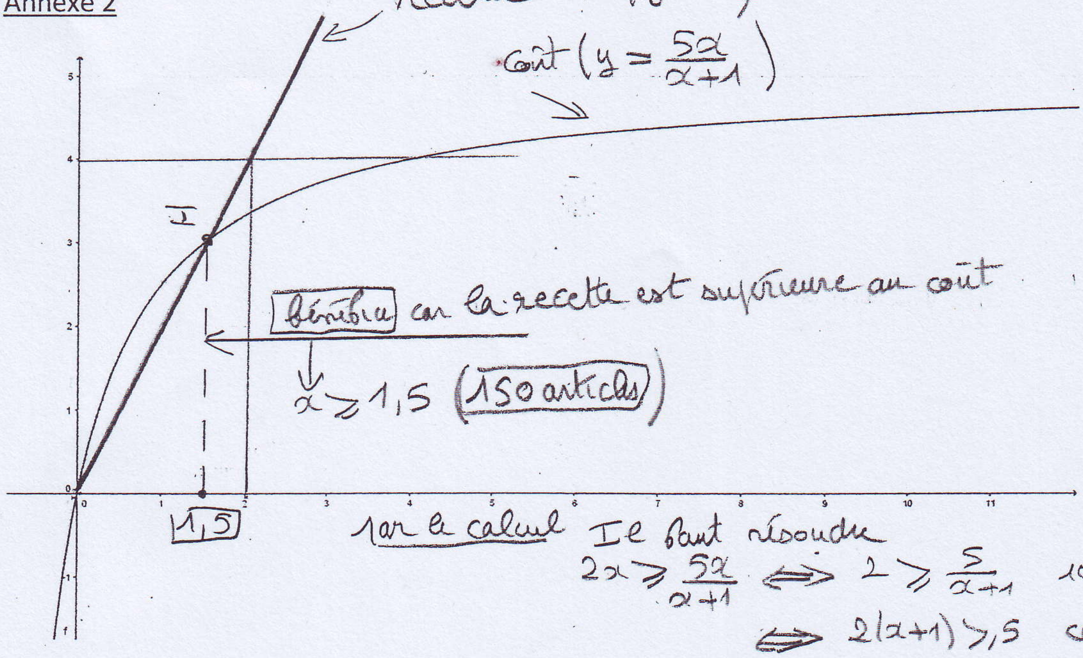
Points d'inflexion



Annexe 2

recette $(y=2x)$

coût $\left(y=\dfrac{5x}{x+1}\right)$



bénéfice car la recette est supérieure au coût

$x \geqslant 1{,}5$ (150 articles)

Par le calcul Il faut résoudre

$2x \geqslant \dfrac{5x}{x+1} \iff 2 \geqslant \dfrac{5}{x+1}$ pour $x>0$

$\iff 2(x+1) \geqslant 5$ car $x+1>0$

$\iff 2x+2 \geqslant 5$

$\iff 2x \geqslant 3$

$\iff x \geqslant \dfrac{3}{2} = 1{,}5$