Correction contrôle 1 Septembre 2016 Tle ES

Exercice 1

1. On note t le taux d'évolution annuel moyen des montants à l'exportation des produits perliers de Polynésie entre 2008 et 2011. On a alors :
   $81\,295 \times (1+t)^3 = 63\,182$ soit $(1+t)^3 = \frac{63\,182}{81\,295}$
   Ainsi, $1+t = \left(\frac{63\,182}{81\,295}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0{,}9194$ ce qui correspond à une baisse de $(1-0{,}9194)*100 = 8{,}06\,\%$ par an.
2. Si on saisit $P = 50\,000$ entrée, on obtient $3+2011 = 2014$ en sortie par cet algorithme. Cela signifie que les montants réalisés à l'exportation des produits perliers passera sous les 50 000 € en 2014 si la baisse de 8 % se poursuit.
3. (a) On passe d'un terme au suivant en multipliant par $1-\frac{8}{100} = 0{,}92$. Ainsi, (u_n) est une suite géométrique de 1er terme $u_0 = 63\,182$ et de raison $q = 0{,}92$.
   (b) $u_n = u_0 \times 0{,}92^n$
   (c) En 2016, $n=5$ et $u_5 = 63\,182 \times 0{,}92^5 = 41\,642$.
4. Cela revient à calculer la somme $S_9 = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$.
   $S_9 = u_0 \dfrac{1-0{,}92^{10}}{1-0{,}92} = 446\,706$.

Commentaires

Q1 $81295 \xrightarrow{\times q} 66052 \xrightarrow{\times q} 64690 \xrightarrow{\times q} 63182$

donc $q^3 = \dfrac{63182}{81295} \approx 0{,}7772$

On propose $t = -8{,}06\,\%$ soit $q = 1 - 8{,}06\,\% = 0{,}9194$

On vérifie que $0{,}9194^3 \approx 0{,}7772$

Q3 a) $u_{n+1} = u_n - 8\,\%$ de u_n

$= \left(1 - \frac{8}{100}\right)u_n$

$= 0{,}92\, u_n$

donc (u_n) est géométrique de raison $0{,}92$

Q4 $S_9 = u_0\left(1+q+\cdots+q^9\right) = u_0\left(\dfrac{1-q^{10}}{1-q}\right)$

Exercice 2

1. **a.** On recopie et on complète le tableau correspondant à l'algorithme donné dans le texte :

Test $C < 400$		vrai	vrai	vrai	vrai	vrai	faux
Valeur de C	300	326	350	372	392	411	
Valeur de n	0	1	2	3	4	5	

   b. La valeur affichée en sortie d'algorithme est 5. Cela veut dire que pour l'année 5, c'est-à-dire en 2019, le nombre de colonies dépasse pour la première fois 400.

2. On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite (C_n) le terme C_n donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année $2014 + n$.
Ainsi $C_0 = 300$ est le nombre de colonies en 2014.

   a. D'une année sur l'autre, l'apiculteur perd 8 % de colonies donc il en reste 92 %. De plus, il installe 50 nouvelles colonies chaque printemps donc le nombre de colonies l'année $n+1$ est le nombre de colonies l'année n multiplié par 0,92 auquel on va ajouter 50 :
   pour tout n, $C_{n+1} = 0,92 \times C_n + 50$

   b. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier n par $V_n = 625 - C_n$; donc $C_n = 625 - V_n$.
   $V_{n+1} = 625 - C_{n+1} = 625 - 0,92 \times C_n - 50 = 575 - 0,92 \times (625 - V_n) = 575 - 575 + 0,92 \times V_n$
   $= 0,92 \times V_n$

   c. D'après la question précédente, on peut déduire que la suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0,92$ et de premier terme $V_0 = 625 - C_0 = 325$.
   Donc, pour tout n, $V_n = V_0 \times q^n = 325 \times 0,92^n$.
   Comme $C_n = 625 - V_n$, on peut dire que, pour tout n, $C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$.

   d. Le mois de juillet 2024 correspond à $n = 10$; l'apiculteur peut espérer posséder C_{10} colonies soit : $C_{10} = 625 - 325 \times 0,92^{10} \approx 484$ colonies.

3. **a.** Pour doubler le nombre initial de colonies, il faut atteindre au moins 600 colonies ; il suffit donc de remplacer dans l'algorithme la ligne « Tant que $C < 400$ faire » par la ligne « Tant que $C < 600$ faire ».

   b. On cherche une valeur de n pour laquelle $C_n \geqslant 600$:

   $C_{30} \approx 598$ *et* $C_{31} \approx 600$ donc au bout de 31 années, le nombre de colonies aura doublé.

avec la calculatrice