Contrôle n°2 Octobre 2016 1ère ES

## Exercice 1

### Partie A

1] Voir graphique joint

2] $C'(x) = 3x^2 - 6x + 1$

$C''(x) = 6x - 6$

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $2,5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $C'(x)$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |
| $C$ | | concave | | convexe | |

Le point $I$ de coordonnées $(1\,;\ C(1) = 2)$ est un point d'inflexion de $\mathcal{C}_C$

La tangente en $I$ a pour équation $y = C(1) + C'(1)[x-1]$

$= 2 - 2(x-1)$

$y = -2x + 4$

### Partie B

1) $f'(x) = \dfrac{(3x^2 - 6x + 1)x - (x^3 - 3x^2 + x + 3)}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 3x^2 - 3}{x^2}$

qui est bien du signe de $2x^3 - 3x^2 - 3$ car $x^2 > 0$ pour tout $x \neq 0$

2) Soit $P$ la fonction définie par $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3$

$P'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$ qui a pour racines $0$ et $1$

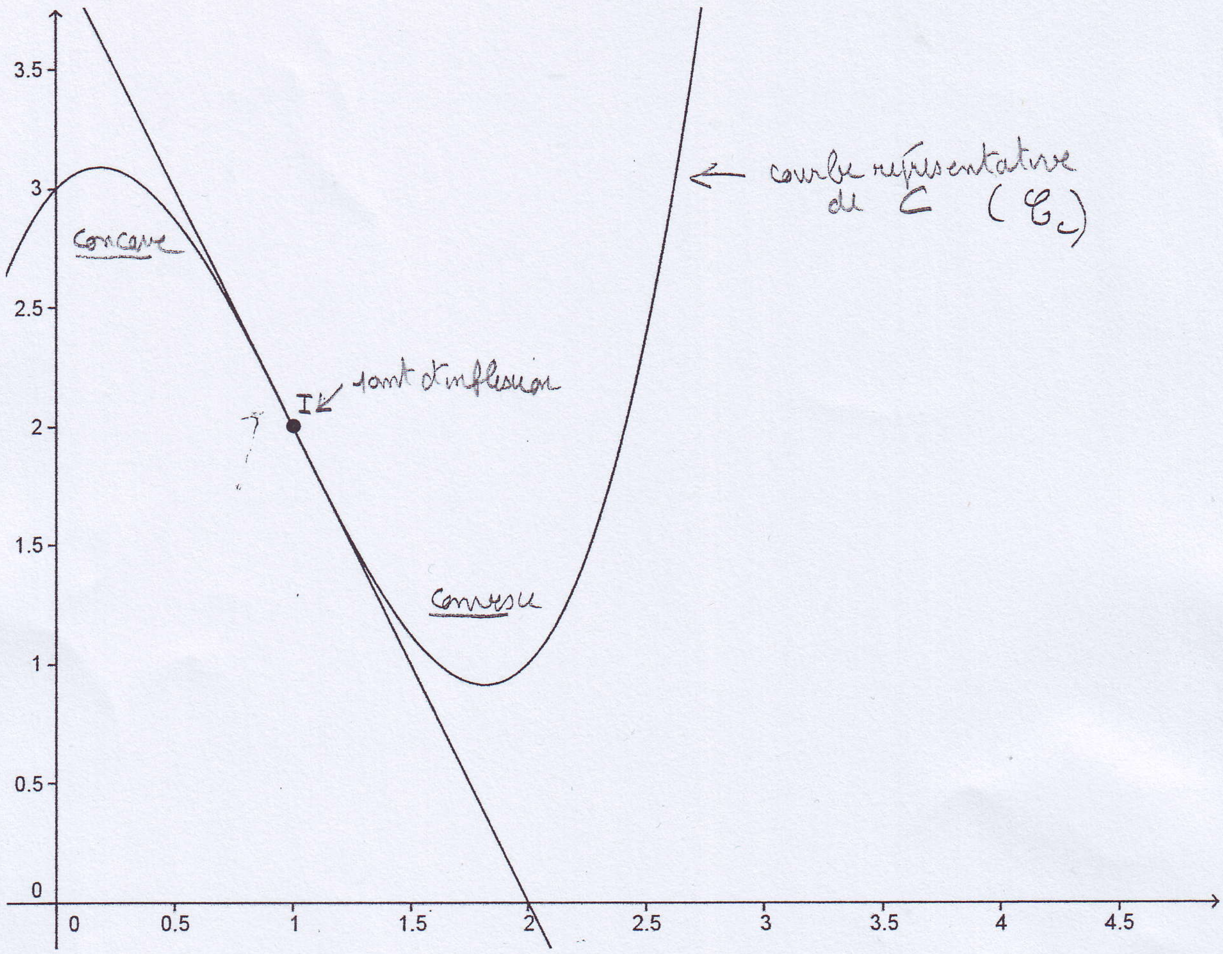
| $x$ | $0$ | | $1$ | | $\alpha$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P'(x)$ | | $-$ (signe de $-a$) | $0$ | $+$ (signe de $a = 6$) | | | |
| $P$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $24$ |
| $P(x)$ | | $-$ | | | $0$ | $+$ | |

Sur $[1, 3]$ $P$ est continue et strictement croissante, de plus $0 \in \left[\underset{-4}{P(1)}, \underset{24}{P(3)}\right]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $P(x) = 0$ n'a qu'une seule solution $\alpha$ dans $[1\,;3]$

Par balayage on obtient $1,91 < \alpha < 1,92$

3)

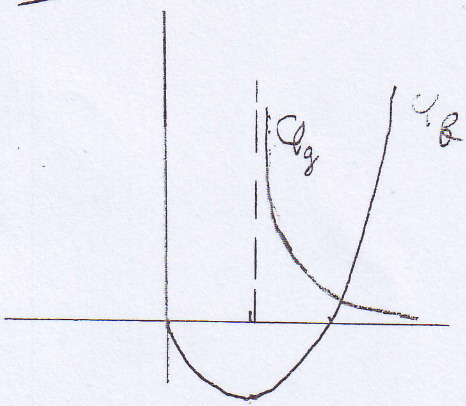
| $x$ | $0,5$ | | $\alpha$ | | $2,5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ du signe de $P(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $5,75$ | $\searrow$ | $\simeq 0,48$ | $\nearrow$ | $0,95$ |



3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
concave
I
point d'inflexion
convexe
courbe représentative
de C ($\mathcal{C}_c$)

## Exercice 2

**1]**




$f(x) = g(x)$ a une seule solution dans $]1;10]$ qui vaut à peu près 2,324 (avec la calculatrice on représente $f$ et $g$ et on utilise le menu "intersection")

**2]** $f(x) - g(x) = \dfrac{(x^2-2x)(x-1)-1}{x-1} = \dfrac{x^3-2x^2-x^2+2x-1}{x-1} = \dfrac{x^3-3x^2+2x-1}{x-1}$

**3]** Soit $h : x \longmapsto x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

a) $h'(x) = 3x^2 - 6x + 2$ $\quad \Delta = 36 - 4\times3\times2 = 12 \Rightarrow$ 2 racines $\begin{cases} x_1 = \frac{6+\sqrt{12}}{6} \approx 1{,}5\ldots \\ x_2 = \frac{6-\sqrt{12}}{6} \approx 0{,}42 \end{cases}$

b) Seule $x_1 \in ]1;10]$

| $x$ | 1 | | $x_1$ | | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ (signe de $-a$) | 0 | $+$ (signe de $a=3$) | |
| $h$ | $-1$ | $\searrow$ | $<0$ car $h \searrow$ sur $[1, x_1]$ donc $h(x_1) < h(1) = -1$ | $\nearrow$ 0 | 719 |
| $h(x)$ | | $-$ | | $-$ 0 $+$ | |

Sur $]1, x_1]$, $h < 0$ car sa valeur maximale est $-1$ et $h(x) = 0$ n'a pas de solution

Sur $[x_1, 10]$ $h$ étant continue et strictement croissante, et $0 \in [h(x_1), h(10)]$ l'équation $h(x) = 0$ n'a qu'une seule solution $\alpha$, d'après le théorème des valeurs intermédiaires

Donc l'équation $h(x) = 0$ n'a qu'une seule solution sur $]1, 10]$ c'est $\alpha$

c) $f(x) = g(x) \underset{\text{car } x \neq 1}{\Leftrightarrow} h(x) = 0 \Leftrightarrow x = \alpha$ pour $x \in ]1; 10]$

## Exercice 3

**1]** a) 2 solutions $x_1$ et $x_2$
$-2 < x_1 < -1{,}5$ $\quad 1 < x_2 < 1{,}5$

b) $f'(-1) = 0$

c) $T : y = -x + 2$

d) $f'(0) = -1$

e)

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |

f) $\mathcal{C}_f$ a un point d'inflexion B

g)

| $x$ | $-1$ | | 0 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | | concave | | convexe | |

**2]** $\mathcal{C}_2$ peut être aisément éliminée

$\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_3$ sont possibles

mais $f'(0) = -1$ donc c'est $\mathcal{C}_3$