Exercice 1

1) $\boxed{f(0) = -5 \quad f(1) = 0 \quad f'(0) = 6 \quad f'(6) = 0}$

2) E est un point d'inflexion car la tangente en ce point traverse la courbe

Exercice 2

1) $\boxed{f'(x) = \frac{x}{5}} > 0$

$\boxed{g'(x) = \frac{-10}{(x+1)^2}} < 0$

x	1		9
$f'(x)$		+	
f	0,1	↗	8,1

x	1		9
$g'(x)$		−	
g	5	↘	1

g représente la demande et f l'offre

2) $f(x) = g(x) \iff \frac{x^2}{10} = \frac{10}{x+1} \iff x^2(x+1) = 100 \iff \underbrace{x^3+x^2-100}_{h(x)} = 0$

$\boxed{h'(x) = 3x^2+2x} = x(3x+2)$

$h'(x)$ est du 2d degré et a pour racines 0 et $-\frac{2}{3}$

x		$-2/3$		0	
$h'(x)$	signe de a +	0	signe de $-a$ −	0	signe de a +
h	↗		↘		↗

donc sur $[1 ; 9]$

x	1		x_0		9
h	−98	↗	0	↗	710

h est continue et strictement croissante sur $[1 ; 9]$ et 0 est compris entre $h(1) = -98$ et $h(9) = 710$, donc l'équation $h(x) = 0$ n'a qu'une seule solution dans $[1 ; 9]$: c'est x_0.

Avec la calculatrice on a $4 < x_0 < 5$

puis $\boxed{4,3 < x_0 < 4,4}$

Exercice 3

1) $\boxed{f'(x) = x^2 - 4x + 3}$ qui est du 2d degré et qui a pour racines 1 et 3

x	0		1		3		5
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	2	↗	≃3,3	↘	2	↗	≃8,7

(signe du 2d degré)

$\boxed{f''(x) = 2x - 4}$

x	0		2		5
$f''(x)$		−	0	+	
$f'(x)$		↘		↗	
f		concave		convexe	

Le point de C_f d'abscisse 2 est donc un point d'inflexion (d'ordonnée $f(2) \simeq 2,7$)

2) On prend les abscisses des points de D situés au dessus $\mathcal{C}_f$
On trouve approximativement l'intervalle $[2,4 ; 4,2]$

---

3) $h'(x) = -x^2 + 4x - 2$

$\Delta = 8$ donc $h'(x)$ a 2 racines $\left| \begin{array}{l} \frac{-4+\sqrt{8}}{-2} = 2-\sqrt{2} \simeq 0,59 = x_1 \\ \frac{-4-\sqrt{8}}{-2} = 2+\sqrt{2} \simeq 3,41 = x_2 \end{array} \right.$

x	0		x_1	α_1	x_2	α_2		5
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		
h	-2 ↘		$\simeq -2,55$ ↗	0	$\simeq 1,22$ ↘	0	↘	$\simeq -3,67$

(signe du 2nd degré)

Sur $[0 ; x_1]$ $h(x) = 0$ n'a pas de solution car la valeur maximale de h est -2

Sur $[x_1 ; x_2]$ h est continue et strictement croissante et 0 est compris entre $h(x_1) \simeq -2,55$ et $h(x_2) \simeq 1,22$, donc l'équation $h(x) = 0$ n'a qu'une seule solution α_1 dans $[x_1 ; x_2]$

Sur $[x_2 ; 5]$ même chose

Avec la calculatrice on trouve
$2 < \alpha_1 < 3$ $\quad 4 < \alpha_2 < 5$
$2,3 < \alpha_1 < 2,4$ $\quad 4,2 < \alpha_2 < 4,3$

Signe de h

x	0		α_1		α_2		5
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(qui se déduit des variations de h et les "zéros" trouvés)

$x \geqslant f(x) \Leftrightarrow x - f(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow h(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow x \in [\underset{\simeq 2,4}{\alpha_1} ; \underset{\simeq 4,2}{\alpha_2}]$
On retrouve bien l'intervalle de la question 2)

---

4) Le bénéfice réalisé est justement $\underbrace{x}_{\text{recette}} - \underbrace{f(x)}_{\text{coût}} = h(x)$ en centaines d'euros pour x centaines d'articles produits (et achetés)

Or d'après le tableau de variations de h obtenu à la question 3), h est maximal pour $x = \boxed{x_2 \simeq 3,41}$ et vaut alors à peu près $\boxed{1,22}$
(pour 341 articles produits et achetés le bénéfice sera maximal et vaudra 122 euros)