Correction du contrôle n°4 Décembre 2016 T^{le} ES

Exercice 1

1] $f'(x) = -e^{-x}$ $\quad$ T_0 a pour équation $y = \underbrace{f'(0)}_{-1}(x-0) + \underbrace{f(0)}_{1} = -x+1 = g(x)$

2] a) $h'(x) = f'(x) - g'(x) = -e^{-x} - (-1) = 1 - e^{-x}$

b) $1 - e^{-x} = 0$ $\quad$ $1 - e^{-x} \geqslant 0$

$\Leftrightarrow e^{-x} = 1$ $\quad$ $\Leftrightarrow e^{-x} \leqslant 1$

$\Leftrightarrow -x = 0$ $\quad$ $\Leftrightarrow -x \leqslant 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ $\quad$ $\Leftrightarrow x \geqslant 0$

c)

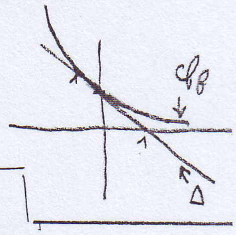
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$1-e^{-x}$		$-$	0	$+$	
h		$\searrow$	0	$\nearrow$	

3] Le signe de $h(x)$ donne les positions relatives de $\mathcal{C}_f$ et de Δ

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h(x)$		$+$	0	$+$	

← d'après 2]c) $\Rightarrow$

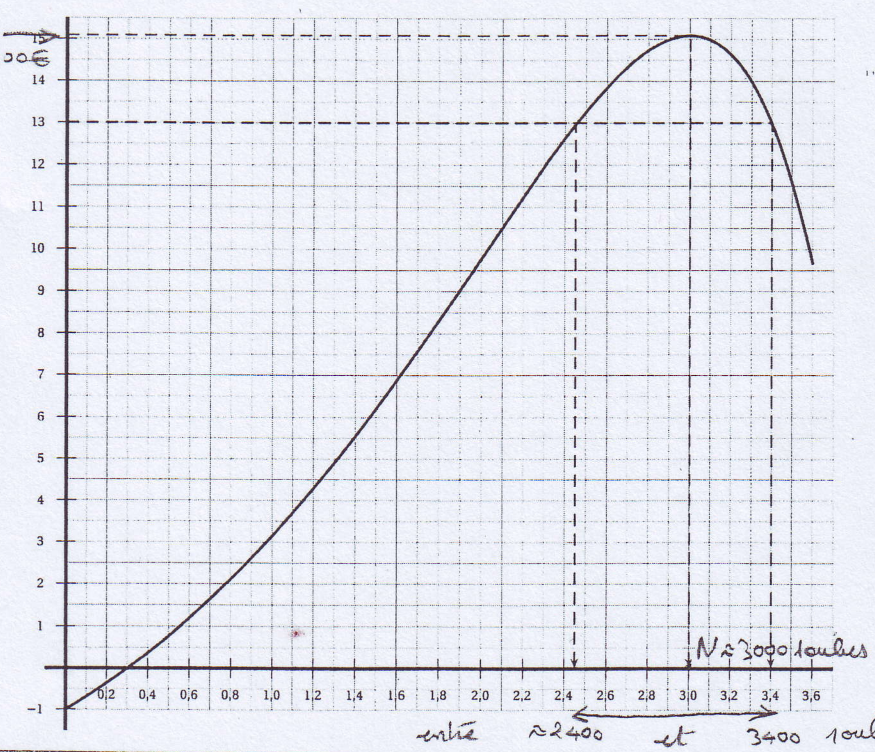
x	$-\infty$	0	$+\infty$
		$\mathcal{C}_f$ au dessus Δ	



Exercice 2

A

Annexe 2



entre ≈2400 et 3400 roulées où le bénéfice $\geqslant 1300$

B 1) a) $B'(x) = \underbrace{-e^{x} + e^{x}(4-x)}_{u'(x)v(x)+v'(x)u(x)}$ $\quad$ on pose $u(x) = 4-x$, $v(x) = e^{x}$

$= e^{x}(3-x)$

b) $e^{x} > 0$ donc $B'(x)$ est du signe de $3-x$

c)

x	0		3		$3,6$
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
B	-1	$\nearrow$	$\approx 15,086$	$\searrow$	$\approx 9,639$

2) a) Sur chacun des intervalles $[0;3]$; $[3;3,6]$ B est continue et strictement monotone, et 13 est intermédiaire ($13 \in [-1;15,086]$ et $13 \in [9,639;15,086]$), donc l'équation $B(x) = 0$ a une seule solution sur chacun de ces 2 intervalles, d'après le théorème des valeurs intermédiaires

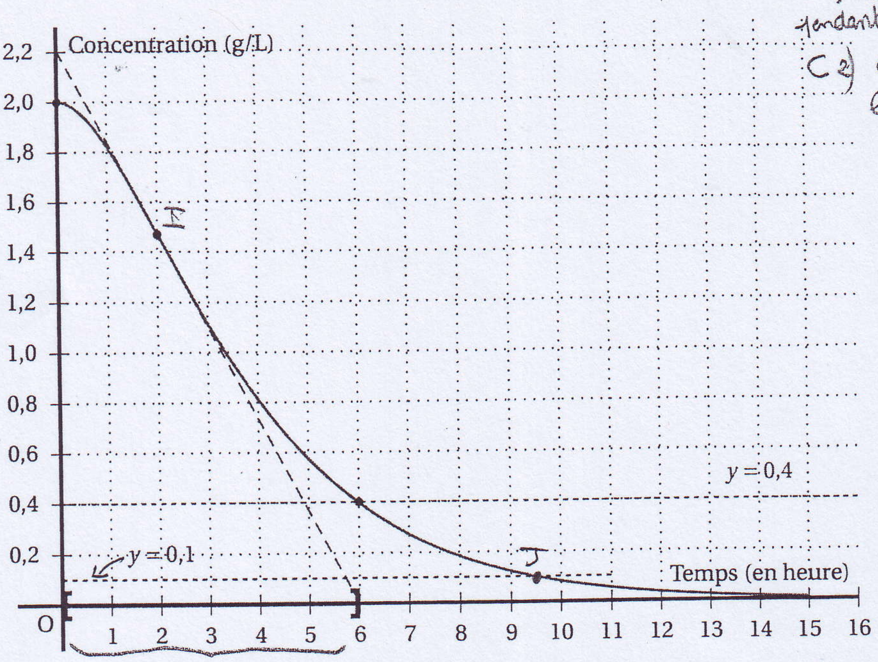
b) Avec la calculatrice $x_1 \approx 2,46$

et $x_2 \approx 3,40$

Exercice 3

A

1) Concentration initiale = 2



A 2) pendant les 6 premières heures la concentration est supérieure à 0,4

C

C 1) Le médicament est actif pendant 9h30 (avec J)

C 2) au bout de 2h la baisse de concentration ralentit (avec I point d'inflexion)

B

1) $f'(x) = 1e^{-0,5x} + (-0,5e^{-0,5x}) \times (x+2) = e^{-0,5x}(1 - 0,5(x+2)) = e^{-0,5x}(-0,5x + 1 - 1)$

$= \underbrace{e^{-0,5x}}_{>0} \times -0,5x$

du signe de $-0,5x$

x	0		α		15
$-0,5x$	0		$-$		
f	2	$\searrow$	$0,1$	$\searrow$	$0,009$

2) f continue et strictement décroissante sur $[0 ; 15]$ et $0,1 \in [0,009 ; 2]$, donc l'équation $f(x) = 0,1$ a une seule solution, α, dans $[0 ; 15]$ d'après le théorème des valeurs intermédiaires

$9,4 < \alpha < 9,5$ avec la calculatrice

3)

4) On nous donne en 3 étapes $f''(x) = (0,25x - 0,5)\underbrace{e^{-0,5x}}_{>0}$ qui est du signe de $0,25x - 0,5$

x	0		2		15
$0,25x - 0,5$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

le point de coordonnées $(\boxed{2} ; f(2))$ est le seul point d'inflexion (I)