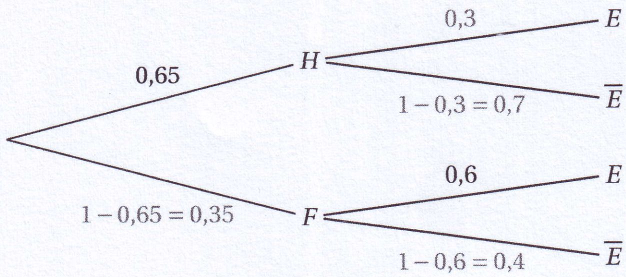
Correction C4 Décembre 2017 Tle ES

Exercice 1

Partie A

1. L'arbre de probabilité correspondant aux données du problème est :



2. **a.** L'événement $E \cap F$ est « la personne choisie écoute les explications du démarcheur et est une femme. ».
D'après les propriétés de l'arbre pondéré :
$P(E \cap F) = P(F \cap E) = P(F) \times P_F(E) = 0{,}35 \times 0{,}6 = 0{,}21$

b. La probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est $P(E)$.
D'après la formule des probabilités totales :
$P(E) = P(H \cap E) + P(F \cap E) = P(H) \times P_H(E) + P(F) \times P_F(E)$
$= 0{,}65 \times 0{,}3 + 0{,}35 \times 0{,}6 = 0{,}195 + 0{,}21 = 0{,}405$

c. Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute ; la probabilité que ce soit un homme est $P_E(H)$.
$P_E(H) = \dfrac{P(E \cap H)}{P(E)} = \dfrac{0{,}65 \times 0{,}3}{0{,}405} \approx 0{,}48$

Partie B

On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Les relevés réalisés au cours des premières journées permettent de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait, donc la probabilité qu'une personne interrogée souscrive un nouveau forfait est 0,12.
Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.
On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.
La variable aléatoire X qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 60$ et $p = 0{,}12$.

2. La probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions est $P(X = 5)$.
Pour une variable aléatoire X suivant la loi $\mathscr{B}(n, p)$ on sait que
$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$
Donc $P(X = 5) = \binom{60}{5} 0{,}12^5 (1 - 0{,}12)^{60-5} \approx 0{,}120$ (ou avec la calculatrice)

3. La probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné est $P(X \geqslant 1)$.
$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0)$.
$P(X = 0) = \binom{60}{0} 0{,}12^0 (1 - 0{,}12)^{60-0} \approx 0{,}0005$; donc $P(X \geqslant 1) \approx 0{,}9995$.

Exercice 2

1. **a.** u étant une fonction dérivable sur un intervalle, la dérivée de la fonction e^u sur cet intervalle est $u'\text{e}^u$.

   On a donc $f'(x) = 1 - \text{e}^{-x+0,5}$

   b.
$$f'(x) = 0 \iff 1 - \text{e}^{-x+0,5} = 0 \iff \text{e}^{-x+0,5} = 1 \iff -x + 0,5 = 0 \iff x = 0,5.$$

   c.
$$f'(x) > 0 \iff 1 - \text{e}^{-x+0,5} > 0 \iff \text{e}^{-x+0,5} < 1 \iff -x + 0,5 < 0 \iff x > 0,5.$$

   f' est donc négative sur $[0\,;\,0,5]$ et positive sur $[0,5\,;\,5]$.

   d.

x	0		$0,5$		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$1+\text{e}^{0,5}$	↘	$2,5$	↗	$6+\text{e}^{-4,5}$

2. **a.**
$$2 \leqslant \alpha \leqslant 2,5.$$

   b. Les solutions sont les abscisses des points de $\mathscr{C}$ qui sont en dessous de la droite Δ. $\mathscr{S} = [\alpha\,;\,5]$.