Exercice 1

$u_0 = 1500$

1] a) $u_1 = u_0 - 10\%$ de $u_0 + 100 = 0{,}9u_0 + 100 = 1450$

$u_2 = 0{,}9u_1 + 100 = 1405$

$u_2 - u_1 = -50$
$u_1 - u_0 = -45$
$u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$ (u_n) n'est pas arithmétique

$\frac{u_2}{u_1} = 0{,}9689$
$\frac{u_1}{u_0} = 0{,}6666$
$\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0}$ (u_n) n'est pas géométrique

b) $u_{n+1} = u_n - 10\%$ de $u_n + 100 = 0{,}9u_n + 100$

2] a) $v_{n+1} = u_{n+1} - 1000 = 0{,}9u_n - 900 = 0{,}9(v_n + 1000) - 900 = 0{,}9v_n$

donc (v_n) est géométrique de raison 0,9 et de premier terme $v_0 = 500$

b) $v_n = v_0 \times q^n = 500 \times 0{,}9^n$

$u_n = v_n + 1000 = 500 \times 0{,}9^n + 1000$

c) $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}9^n = 0$ car $-1 < 0{,}9 < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1000$

3] $u_{n+1} - u_n = 500 \times 0{,}9^{n+1} - 500 \times 0{,}9^n$

$= 500 \times 0{,}9^n (\underbrace{0{,}9 - 1}_{-0{,}1})$

$= -50 \times 0{,}9^n$

$\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} - u_n < 0$ donc (u_n) est décroissante

4) Il s'agit de trouver n tel que $u_n \leq 1200$

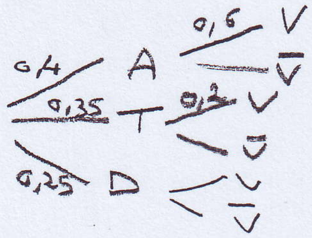
$\Leftrightarrow$ $500 \times 0{,}9^n \leq 200$

$\Leftrightarrow$ $0{,}9^n \leq \frac{2}{5}$

$\Leftrightarrow$ $n \geq \frac{\ln \frac{2}{5}}{\ln 0{,}9} = 8{,}69$

donc à partir de $n = 9$ (1er Janvier 2014)

Exercice 2

1) 

$p(A) = 0{,}4$
$p(T) = 0{,}35$
$p_A(V) = 0{,}6$
$p_T(V) = 0{,}2$

2) a) $p(A \cap V) = p(A) \times p_A(V) = 0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}24$

b) $p(T \cap V) = p(T) \times p_T(V) = 0{,}35 \times 0{,}2 = 0{,}07$

c) $p(V) = 0{,}4$ et $p(V) = p(A \cap V) + p(T \cap V) + p(D \cap V)$ formule des probabilités totales

d'où $p(V \cap D) = 0{,}4 - 0{,}24 - 0{,}07 = 0{,}09$

d) $p_D(V) = \dfrac{p(V \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0{,}09}{0{,}25} = 0{,}36$ et $p_D(\overline{V}) = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$

3) $p_V(A) = \dfrac{p(A \cap V)}{p(V)} = \dfrac{0{,}24}{0{,}4} = 0{,}6$

4) X = nombre de clients qui voyagent en première classe

loi de $X = \mathcal{B}(9 ; 0{,}4)$ $\quad p(X = 6) = \binom{9}{6} \times 0{,}4^6 \times 0{,}6^3 = 84 \times 0{,}4^6 \times 0{,}6^3$
$\simeq 0{,}074$

5) X_n = nombre de clients qui voyagent en seconde

loi de $X_n = \mathcal{B}(n ; 0{,}6)$ $\quad p_n = 1 - p(X = 0)$
$= 1 - 0{,}4^n$

$1 - 0{,}4^n > 0{,}9999 \iff 0{,}4^n < 0{,}0001$
$\iff n > \dfrac{\ln 0{,}0001}{\ln 0{,}4} = 10{,}05$

donc à partir de $n = 11$